<u>עבודת קיץ במתמטיקה- עולים לכיתה י' 4-5 יח"ל</u>

תלמיד/ה יקר/ה,

בתחילת שנת הלימודים תתקיים חזרה קצרה על הנושאים שנלמדו בשנה החולפת ובסיומה יערך מבדק לכלל התלמידים בכל שכבה (שכבות ז' - יב').

המבדק יתבסס על הנושאים והתרגילים המופיעים בחוברת העבודה לקיץ, שהוכנה עבורכם ע"י צוות מתמטיקה.

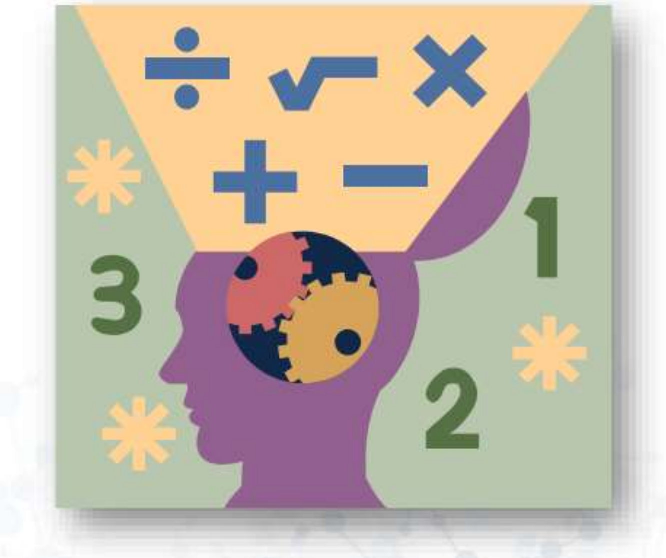
מטרת העבודה לסייע לכם ל"שמור על כושר" ולרענן את הידע הלימודי לפני תחילת שנת הלימודים.

העבודה נשלחה במערכת Smart school ותוכל/י להורידה גם מאתר בית הספר שלנו.

אנו ממליצים בחום רב לתרגל ולהתאמן לאורך החופשה ולא להשאירה לימים האחרונים, וזאת בכדי לאפשר הפנמה של החומר ותרגול בכיף ובהנאה !

הגשת העבודה תקנה בונוס של עד 10 נקודות לציון המבחן בתנאי שיוצג פירוט מלא של דרך הפתרון.

עבודה נעימה !

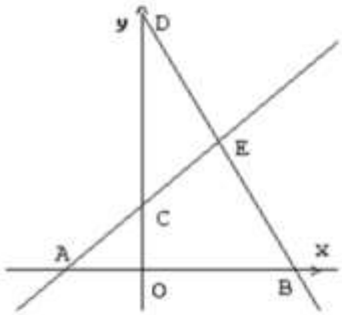


פונקציות

1

נתונות שתי פונקציות קוויות.

1) $y - x = 2$ 2) $2x + y = 8$



א. התאם לכל פונקציה את הישר המתאר אותה.
נמק את תשובתך.

ב. מצא את שיעורי הנקודות: A, B, C, D ו-E.
הסבר כל שלב בפתרון

ג. מצא את שטחי המשולשים :
$\Delta AOC, \Delta CDE, \Delta ABE$.
הסבר את כל חישוביך.

ד. מצא את שטח המרובע OCEB .
הסבר את חישוביך. (רמז: ניתן להיעזר בסעיף ג')

תשובה : א) 2x+y DB , y-x=2 :AE=8
ב) A(-2, 0) C(0,2) E(2,4) B(4,0) D(0,8)
ג) 2 יח"ר , 6 יח"ר , 12 יח"ר
ד) 10 יח"ר

2

נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$

א. מצאו את שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה.

היעזרו בשיעורי הקדקוד של הפרבולה שמצאתם כדי לענות על סעיפים ב' ג'

ב. נתון כי $f(-1) = 10$, מצאו את $f(3)$ ג. $f(5) = 46$. נתון כי $f(x) = 46$ מצאו את x אם $x \neq 5$

ד. נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x נמצאות:

I. בחלק החיובי של ציר x **II.** נקודה אחת בראשית הצירים והשנייה בחלק החיובי של הציר

III. נקודת אחת בחלק החיובי של ציר x ונקודה אחת בחלק השלילי של הציר **IV.** בחלק השלילי של ציר x

נמקו.

תשובה : א) **x**=1 ב)**f**(3)=10 ג) **f**(-3)=46 ד) 1

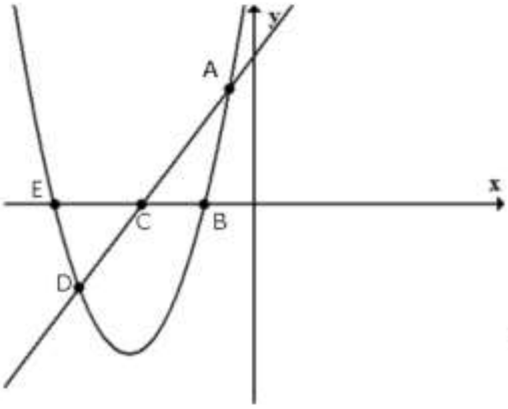
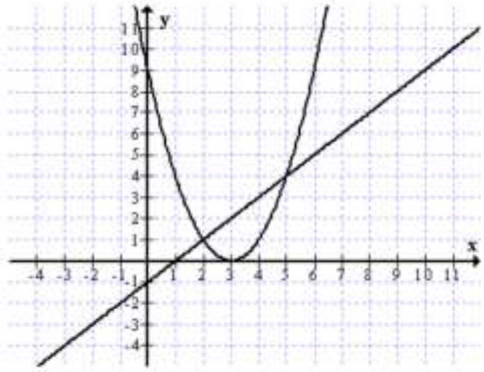
3

נתונה הפונקציה $f(x) = 2(x - 5)^2 - 4$

נתונות טענות המתייחסות לפונקציה. סמנו נכון /לא נכון ונמקו (אין צורך לחשב):

טענה	נכון / לא נכון	נימוק
לפונקציה **f(x)** יש שתי נקודות חיתוך עם ציר **x**		
נתונה פונקציה נוספת **g**. $g(x) = -x(x - 10)$ לפונקציות **f(x)** ו- **g(x)** אותו ציר סימטרייה		
לפונקציות **f(x)** ו- **g(x)** אותה נקודת קדקוד		
נתונה הפונקציה $m(x) = 2x^2 - x - 1$. הפונקציות **f(x)** ו- **m(x)** "מתלכדות".		
לכל **x** , ההפרש בין הפונקציה **f(x)** לפונקציה $t(x) = f(x) + 4$ הוא **4**.		

תשובה : א) נכון ב)נכון ג)לא נכון ד)לא נכון ה)נכון

<u>4</u>	נתונות הפונקציות $f(x) = x^2 + 10x + 16$, $g(x) = 2x + 9$. הגרפים של הפונקציות משורטטים. א. שרטטו משולש ABC וחשבו את שטחו. ב. שרטטו משולש DEC וחשבו את שטחו. ג. מצאו את משוואת הפונקציה של הקו הישר העובר דרך הנקודות DB. ד. מצאו את התחום המשותף בו $f(x) < 0$ וגם $g(x) < 0$  תשובה : א) 8.75 יח"ר ב) 8.75 יח"ר ג) $y=x+2$ ד) $-8<x<-4.5$
<u>5</u>	נתונות הפונקציות $f(x) = (x - 3)^2$ ו- $g(x) = x - 1$ לפניכם שרטוט הגרפים של הפונקציות: א. רשמו את התחום שבו $f(x) < g(x)$ ב. שרטטו (בקו מקווקו) על אותה מערכת צירים גרף של הפונקציה $m(x) = (x - 3)^2 - 4$ ג. מצאו עבור אילו ערכים של x $m(x) = g(x)$ (הציגו פתרון אלגברי)  תשובה א) $2<x<5$ ג) $x=6$, $x=1$

6

נתון גרף הפרבולה $y = -x^2 + 6x$

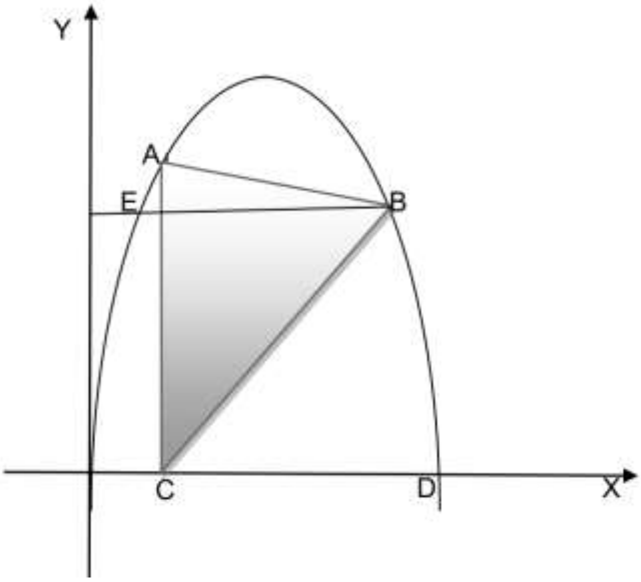
וישר AB: $y=-x+10$

א. מצא את שעורי הנקודות: A , B , C , D , E.

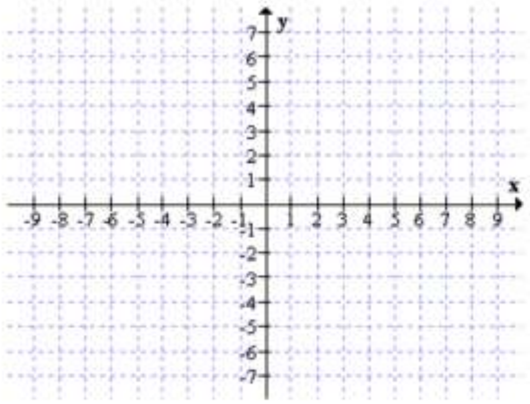
ב. מצא את שטח המשולש ABC.

ג. מצא את משוואת הישר AD .

ד. חשב את אורך BC.



7



שרטטו במערכת הצירים את הגרפים של הפונקציות הבאות:

$$f(x)=\frac{x^2-4}{x+2} \quad , \quad g(x)=x-2 \quad , \quad m(x)=\frac{x^2-4x+4}{x-2}$$

הסבירו את ההבדל בין שלושת הפונקציות.

8

בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$g(x)=-x^2+2$ ו- $f(x)=x^2-2x-2$

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

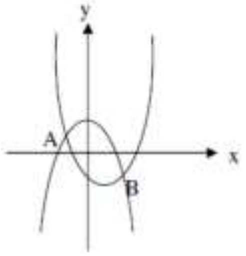
ב. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו- B.

ג. מהם תחומי העלייה ומהם תחומי הירידה של $f(x)$?

ד. מהם תחומי העלייה ומהם תחומי הירידה של $g(x)$?

ה. מהם התחומים בהם $f(x)$ מקבלת ערכים חיוביים ומהם התחומים בהם היא מקבלת ערכים שליליים?

ו. מהם התחומים בהם $g(x)$ מקבלת ערכים חיוביים ומהם התחומים בהם היא מקבלת ערכים שליליים?



תשובה:

א. $A(-1,1)$ $B(2,-2)$ ב. $y=-x$ ג. עליה: $x>1$ ירידה: $x<1$ ד. עליה $x<0$

ירידה $x>0$ ה. $f(x)>0$ עבור $x>2.73$ או $x<-0.73$,

$f(x)<0$ עבור $-0.73<x<2.73$, $g(x)>0$ עבור $-1.41<x<1.41$

$g(x)<0$ עבור $x>1.41$ או $x<-1.41$

9

נתונות הפונקציות: $f(x) = (x-3)^2-5$ ו- $g(x) = 2x^2-3x$ ענו על הסעיפים הבאים ונמקו כל סעיף:

א. האם לגרף פונקציה $m(x) = (x-3)^2+5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$?

ב. האם לגרף הפונקציה $t(x) = 2x^2+3x$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $g(x)$?

ג. האם לגרף הפונקציה $p(x) = -(x-3)^2-5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$?

ד. חשבו את ערכי **x** עבורם $f(x) = g(x)$.

תשובה : א) לא ב) כן ג)כן ד) (-4,44) (1, -1)

10

לפניכם גרפים של שתי פרבולות.

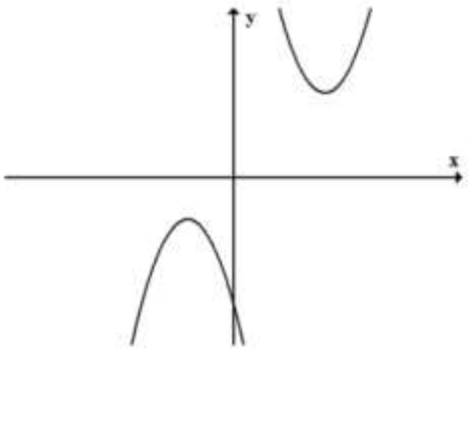
א. איזה זוג מבין זוגות הפונקציות הבאות יכול להיות הזוג שהפרבולות הנ"ל הן הגרפים שלו?
נמקו את בחירתכם.

i. $y = x^2-2x+1$, $y = -x^2-3x$

ii. $y = -(x+2)^2-2$, $y = x^2+3$

iii. $y = (x-4)^2+4$, $y = -x^2-2$

iv. $y = -(x+2)^2-2$, $y = (x-4)^2+4$



ב. חברו בקו בין נקודות הקדקוד של הפרבולות וכתבו את משוואת הישר שמתקבל.
הציגו את דרך הפתרון.

ג. היעזרו במשפט פיתגורס וחשבו את אורך הקטע שבין שני הקדקודים של הפרבולות,
הציגו את דרך החישוב.

תשובה : א) 4 ב) **y=x** ג) 8.49

11

משורטטים הגרפים של הפונקציות

$f(x) = 2(x-2)^2 - 8$

$g(x) = -x^2 + 4x$

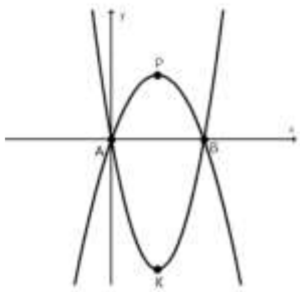
הנקודות **K, P** הן הקדקודים של הפרבולות.

א. חשבו את שיעורי הנקודות: **A, B**, הציגו דרך חישוב.

ב. חשבו את המרחק בין **P** ל- **K**. הציגו דרך חישוב.

ג. כתבו את משוואת הפונקציה הקווית העוברת דרך **A** ו- **P**.
הציגו דרך פתרון.

ד. לפניכם מספר טענות. ענו "נכון" / "לא נכון"
לכל אחת מהטענות:



טענה	נכון	לא נכון
$f(-2) = 8$		
המרובע שקדקודיו הם הנקודות **A, P, B, K** הוא דלתון		
קיים תחום בו $f(x) > g(x)$		
קיימת פונקציה קווית קבועה שאינה חותכת אף אחד מהגרפים		

ה. השלימו:

i. $m(x) = 2(x-2)^2 + 6$ היא הזזה אנכית של $f(x)$ ב-______ יחידות.

ii. $t(x) = -(x-6)^2 + 4$ היא הזזה אופקית של $g(x)$ ב-______ יחידות.

תשובה : א) (0,0) (4 ,0)   ב) 12 יח' ג) **y=2x**   ד) 1. לא נכון 2. נכון 3. נכון 4. לא נכון
ה)   1) 14 יח' 2) 4 יח'

טכניקה אלגברית

א

נוסחאות כפל מקוצר :

פשטו את הביטויים הבאים

6. $\left(x^2-9\right)\left(x^2+9\right)=$

7. $\left(4a^2-6\right)\left(6+4a^2\right)=$

8. $(-6-y)(6-y)=$

9. $\left(x+2x^2\right)^2=$

10. $(9-4a)^2=$

11. $(5x+7)^2=$

12. $\left(x+2\right)\left(4+x^2\right)\left(x-2\right)=$

13. $-(x-6)^2-(x+6)(x+4)=$

14. $\left(a^{x+2}+2a\right)^2=$

15. $\left(6-\frac{1}{6a}\right)^2=$

16. $(x+2b)(x-2b)-x^2-(x+2b)^2=$

---

17 נתון: $(a+b)^2=81$, $ab=18$.

חשבו את a^2+b^2 .

18. (א) נתון השוויון: $(x+4)^2=x^2+4^2$.

מצאו ערך ל- x עבורו מתקיים השוויון.

(ב) נתון האי-שוויון: $(x+4)^2<x^2+4^2$.

מצאו ערך ל- x עבורו מתקיים האי-שוויון.

(ג) נתון השוויון: $(x+6)^2=-1$.

האם קיים ערך ל- x עבורו השוויון מתקיים ? נמקו.

ב

<u>פירוק לגורמים :</u>

פרקו לגורמים את הביטויים הבאים :

19 $64a-16a^3+80a^2=$

20. $6x^2+2x^3+16x^4=$

21. $x^2+10x-9x-90=$

22. $a^2-5a-a+5=$

23. $7a(a-2)-14(a-2)=$

.24 $a(y-2)+b(2-y)=$

.25 $6x(x^2-2x)-3(x^2-2x)=$

.26 $(3a-1)^2+4(3a-1)=$

.27 $\frac{9}{x^2}-81=$

.28 $-4a^2+1=$

.29 $2x^2-18x^2y^2=$

.30 $(3b+4)^2-(3b-4)^2=$

.31 $16-24a^2+9a^4=$

.32 $16-\frac{12}{a}+\frac{9}{4a^2}=$

.33 $7x^4-7=$

.34 $x^2-x-90=$

35 $x^2-9x-36=$

.36 $x^2+9x-36=$

37 $x^2+\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}=$

38 $6x^2-24x-30=$

39 $5x^2-25x-70=$

ג

<u>צמצום שברים אלגבריים :</u>

צמצמו את השברים הבאים בעזרת פירוק לגורמים רשמו תחום הצבה :

40 $\frac{x^3-8x^2}{x}=$

41. $\frac{3x-9}{x^2-6x+9}=$

42. $\frac{x^2+3x-10}{x^2-7x+10}=$

כפלו את השברים. רשמו תחום הצבה:

43. $\frac{7x-42}{20}\cdot\frac{10x}{x^2-12x+36}=$

44. $\frac{x^2-8x+15}{2x-6}\cdot\frac{2x^2+4x}{x^2-3x-10}=$

חלקו את השברים הבאים ,צמצמו במידת האפשר ורשמו תחום הצבה :

45. $\frac{1-36x^2}{x^2+5x+6}:\frac{x+6x^2}{5x^2-20}=$

46. $\frac{3x^2-3x-18}{x^2-4x+3}:\frac{x^2-16}{2x^2-10x+8}=$

פתרונות:

1. $\frac{1}{2}a^{10}b^{4}$
2. $(ab)^{3x+9}$
3. $a^{6}b^{7}$
4. $\frac{x^{11}}{2y^{8}}$
5. $a^{36}b^{30}$
6. $x = 15$
7. $x = -6$
8. $x^{4} - 81$
9. $16a^{4} - 36$
10. $y^{2} - 36$
11. $x^{4} - 16$
12. $25x^{243} + 70x + 49$
13. $16a^{2} - 72a + 81$
14. $4x^{4} + 4x^{3} + x^{2}$
15. $\frac{1}{36a^{2}} - \frac{2}{a} + 36$
16. $a^{2x+4} + 4a^{x+3} + 4a^{2}$
17. $-2x^{2} + 2x - 60$
18. $-x^{2} - 4bx - 8b^{2}$
19. 45
20. א. $x = 0$ ב. $x \prec 0$ ג. לכל אל
21. $16a(4 - a^{2} + 5a)$
22. $2x^{2}(3 + x + 8x^{2})$
23. $(x+10)(x-9)$
24. $(a-5)(a-1)$
25. $7(a-2)^{2}$
26. $(y-2)(a-b)$
27. $3x(x-2)(2x-1)$
28. $3(a+1)(3a-1)$
29. $9\left(\frac{1}{x}-3\right)\left(\frac{1}{x}+3\right)$
30. $(1+2a)(1-2a)$
31. $2x^{2}(1-3y)(1+3y)$
32. $48b$
33. $(4-3a^{2})^{2}$
34. $\left(4-\frac{3}{2a}\right)^{2}$
35. $7(x-1)(x+1)(x^{2}+1)$
36. $(x+9)(x-10)$
37. $(x-12)(x+3)$
38. $(x+12)(x-3)$
39. $\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$
40. $6(x-5)(x+1)$
41. $5(x-7)(x+2)$

מספר התרגיל	קבוצת הצבה	פתרון
42	$x \neq 0$	$x^{2} - 8x$
43	$x \neq 3$	$\frac{3}{x-3}$
44	$x \neq 2,5$	$\frac{x+5}{x-5}$
45	$x \neq 6$	$\frac{7x}{2(x-6)}$
46	$x \neq -2,5,3$	x
47	$x \neq -\frac{1}{6},0,-3,2,-2$	$\frac{5(x-2)(1-6x)}{x(x+3)}$
48	$x \neq 4,-4,1,3$	$\frac{6(x+2)}{x+4}$

ד

עבור כל אחד מהשברים האלגבריים הבאים :

(i) רשמו מהו תחום ההצבה.

(ii) צמצמו.

(א) $\frac{9a+9b}{27}=$ (ב) $\frac{-7x^2}{x}=$ (ג) $\frac{96x}{12x}=$ (ד) $\frac{7b}{21c}=$

(ה) $\frac{b}{3b}=$ (ו) $\frac{-18xy}{24y}=$ (ז) $\frac{35x}{x}=$ (ח) $\frac{x}{2x}=$

(ט) $\frac{100x}{200y}=$ (י) $\frac{2x}{140xy}=$ (יא) $\frac{9(a+b)}{99}=$ (יב) $\frac{(b-6)}{7(b-6)}=$

(יג) $\frac{-99a}{-99b}=$ (יד) $\frac{6(a+b)}{17(a+b)}=$ (טו) $\frac{11(a-b)}{(b-a)}=$ (טז) $\frac{(x-3)\cdot 5}{3-x}=$

(יז) $\frac{(a-44)}{3(44-a)}=$ (יח) $\frac{-27xyz}{54xz}=$ (יט) $\frac{-15(a-23)}{15(a-23)}=$ (כ) $\frac{-(a+7)}{3(7+a)}=$

ה

רשמו תחום הצבה וצמצמו את השברים האלגבריים הבאים.

(א) $\frac{4a}{16-24a}=$ (ב) $\frac{7x-49}{7}=$ (ג) $\frac{20c^2-5c+35}{40c}=$

(ד) $\frac{x^2-10x}{x}=$ (ה) $\frac{3x-15}{6x}=$ (ו) $\frac{x^2-x}{x-1}=$

(ז) $\frac{a-2b}{4a-8b}=$ (ח) $\frac{3x^2-x}{1-3x}$

ו

<u>מערכת משוואות בשני נעלמים</u>

פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

א
$$\begin{cases} 3x+2y+x-y=13 \\ y=1-x \end{cases}$$

ב
$$\begin{cases} 3x+5y=34 \\ 2y-3x=-20 \end{cases}$$

ג
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2}=3(x-1) \\ x=2(y+2)-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2x+1 \\ -x-2(1-y)=y+2 \end{cases}$$

ד
$$\begin{cases} 7(2x+y)-5y=16 \\ y-3x=4(y-6) \end{cases}$$

ה
$$\begin{cases} 8+5(x+4y)=-7 \\ 2(y-x)=10+6y \end{cases}$$

ו
$$\begin{cases} 3x-y=16 \\ x+5y=0 \end{cases}$$

משוואה ריבועית

פתור את המשוואות ומערכות משוואות הבאות:

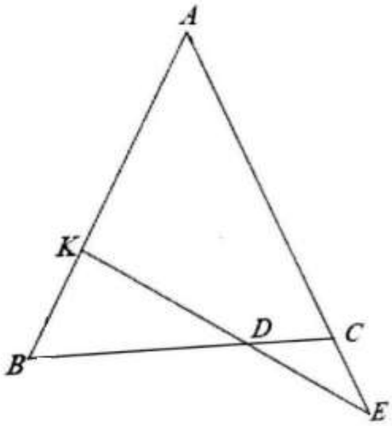
1. $\frac{x^2-9}{x+3}=x^2-15$
2. $6x^2-2x=0$
3. $(3x+1)^2-4(2x-1)^2-x(x-1)=-(x-7)^2$
4. $3x(x-2)-x^2=(x-3)(x+5)$
5. $x^2+(x-8)^2-10=(3x-1)(x-5)$
6. $\frac{x+1}{2x-3}-\frac{7x}{4x^2-9}-1=\frac{x-4}{2x+3}$
7. $\frac{3}{x^2-2x}-\frac{3}{2}=\frac{1}{4-2x}$
8. $\frac{x+1}{2x-8}-\frac{5x+2}{3x+12}=1+\frac{9}{x^2-16}$
9. $\frac{3}{1-4x^2}-\frac{2}{4x^2+4x+1}=\frac{1}{4x^2-4x+1}$
10. $\frac{x+1}{x^2+16x+64}=\frac{1}{x^2+4x-32}$
11. $\begin{cases} x=2y+4 \\ x\cdot y=16 \end{cases}$
12. $\begin{cases} y-x=-3 \\ 2x^2-y^2-2y=29 \end{cases}$
13. $\begin{cases} \frac{9}{x}+\frac{4}{y}=5 \\ x+3y=9 \end{cases}$
14. $\begin{cases} x^2-y^2=3 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$

פתרונות

1. $x=4$
2. $x_1=0, x_2=\frac{1}{3}$
3. $x_1=3\frac{2}{7}, x_2=-2$
4. $x_1=5, x_2=3$
5. $x_1=7, x_2-7$
6. $x_1=0, x_2=2\frac{1}{4}$
7. $x_1=3, x_2=-\frac{2}{3}$
8. $x_1=5, x_2=-\frac{14}{13}$
9. $x_1=0, x_2=\frac{1}{6}$
10. $x_1=6, x_2=-2$
11. $(8,2),(-4,-4)$
12. $(4,1),(-8,-11)$
13. $(3,2),(5\frac{2}{5},1\frac{1}{5})$
14. $(2,1),(-2\frac{4}{5},-2\frac{1}{5})$

גיאומטריה

הוכחות משולשים



1 $AB=AC$

$CD=CE$ והנקודות K, D, E נמצאות על ישר אחד

נסמן: $\measuredangle CED=\beta \qquad \measuredangle AKE=\alpha,$

צ"ל:

א. $\alpha=3\beta$

ב. נתון: $\alpha=90^\circ$

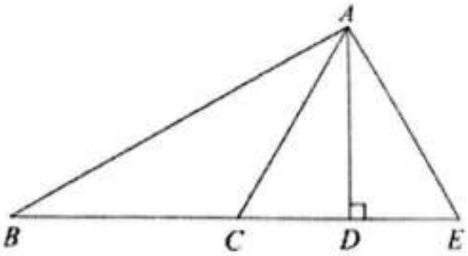
וכן נתון כי אורך הצלעות $AC=10$ ו- $KB=2$

מצא את אורך AE

(**רמז:** היעזר במשפט המתייחס למשולש ישר זווית , זו הזוויות הן בנות :

$(30^\circ,60^\circ,90^\circ$

2 **הוכח את המשפט:** "משולש בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה הוא משולש ישר זווית".

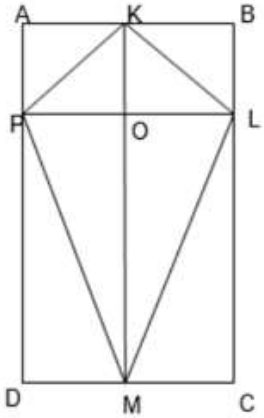


ב. AD הוא הגובה לבסיס BE במשולש ABE

$AC=BC=CE \;,\; AB=2AD$

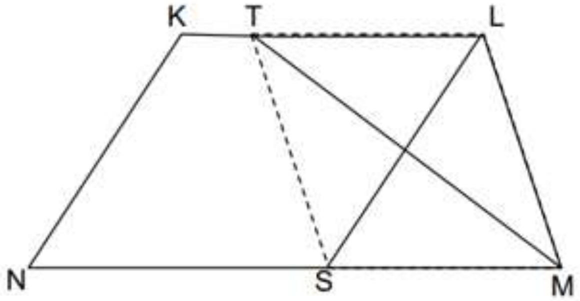
צ"ל: חשב את היחס : $\frac{CD}{AC}$

הוכחות מרובעים:



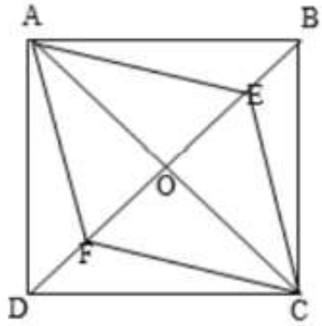
3 המרובעים ABCD ו- PLCD הם מלבנים.
הנקודה K היא אמצע הצלע AB. הנקודה M היא אמצע הצלע DC.
O היא נקודת המפגש של אלכסוני המרובע KLMP.
א. הוכיחו: המרובע KLMP הוא דלתון.
ב. נתון גם $KO=\frac{1}{2}PL$
הוכיחו: AKOP הוא ריבוע.
ג. **נתון גם:** $PK=\sqrt{2}$ 'יח.
הנקודה P מחלקת את הצלע AD כך $AP : PD = 1 : 3$.
חשבו את שטח המלבן ABCD.

4 נתון טרפז KLMN (KL || MN).
LS חוצה זווית L, MT חוצה זווית M
הוכיחו:
א. $LS \perp TM$
ב. משולש TLM משולש שווה שוקיים
ג. המרובע LMST הוא מעוין.



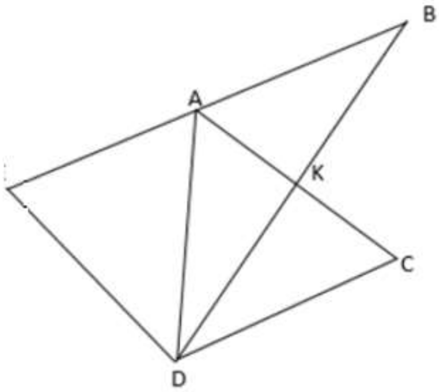
5 ABCD ריבוע. F, E נקודות על האלכסון BD כך ש: DF = EB
א. הוכיחו: AECF מעוין.

נתון: $\sphericalangle BAE = 15°$, FE=14 ס"מ
ב. חשבו את זוויות המעוין AECF.
ג. חשבו את אורך האלכסון AC.
ד. חשבו את היקף המעוין AECF.



6 DK הוא תיכון לצלע AC במשולש ADC.
הנקודה B נמצאת על המשך DK כך ש BK=DK.

א. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מקבילית.
ב. נתון: הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB ומתקיים EA=AB הוכיחו כי: $CK = 0.5 * ED$
ג. נתון כי $\sphericalangle EDB = 90°$, הוכיחו כי המרובע ABCDהוא מעוין.
ד. הוסיפו נתון כך שמשולש ACD יהיה משולש שווה צלעות.

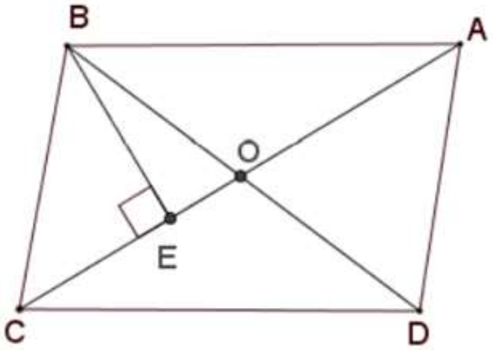


7 נתונה המקבילית ABCD.

א. הוכיחו כי אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה.

ב. במקבילית ABCD, הקטע BE חוצה את הזווית $\measuredangle DBC$ ומאונך לאלכסון AC, ($BE \perp AC$),

4 ס"מ = BE, 5 ס"מ = BC. חשבו את אלכסוני המקבילית.



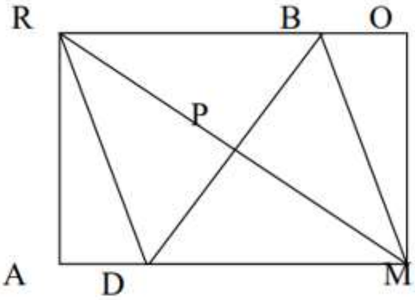
8 הנקודה P היא מפגש האלכסונים במלבן ROMA

הקטע BD עובר דרך הנקודה RM ,P ⊥ BD.

א. הוכיחו: המרובע RBDM הוא מעוין.

ב. נתון: 24 ס"מ = RM, 2 ס"מ = BO

חשבו את היקף המעוין RBDM ומצאו את זוויותיו.



9 ABCD הוא טרפז (AB || DC, AB > CD)

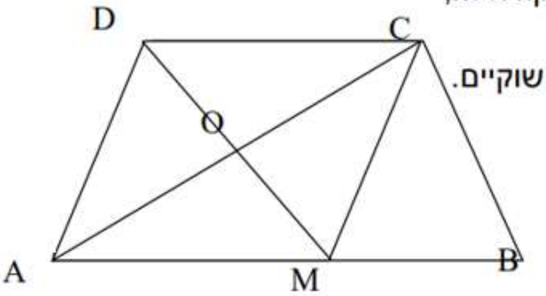
חוצי הזוויות ∠ BCD ו- ∠ CDA נחתכים בנקודה M, שהיא אמצע הבסיס AB.

א. הוכחו כי הטרפז ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.

ב. ב. נתון כי BC = CD.

(I) הוכיחו כי DCBM הוא מעוין.

(II) הוכיחו כי $\angle ACB = 90^{o}$.



10 נתונה המקבילית ABCD.

נקודה E נמצאת על צלע BC,

AE חוצה זווית ∠ BAD.

א. קבעו איזו טענה מבין הבאות נובעת מתוך הנתונים. נמקו !

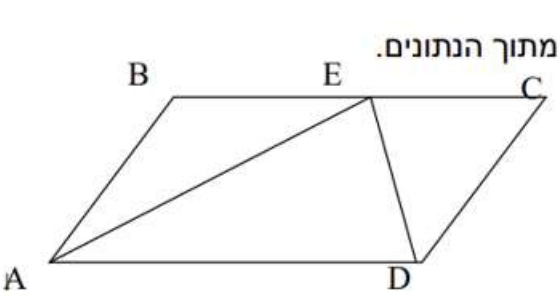
(i) E אמצע BC

(ii) AD = 2 · DC

(iii) BE = DC

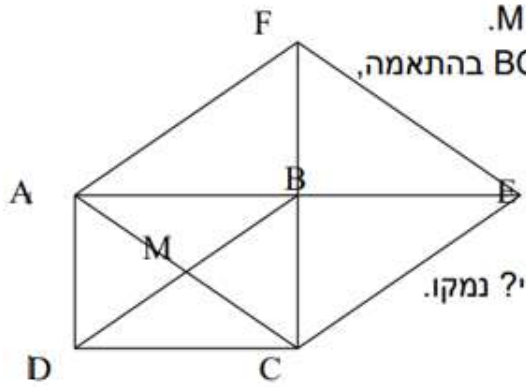
ב. נתון: $\angle AED = 90^{o}$.

הוכיחו: ED חוצה זווית ∠ ADC.



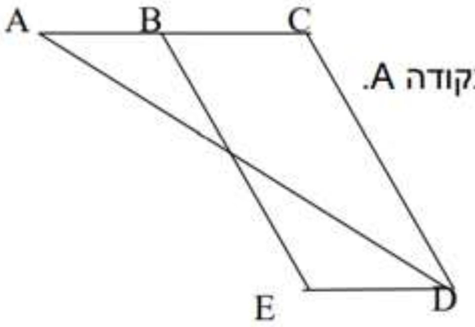
11

ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נחתכים בנקודה M.
E ו- F הן נקודות על המשכי הצלעות AB ו- BC בהתאמה,
כך ש: AB = BE ו- CB = BF.
א. הוכיחו כי: ACEF הוא מעוין.
ב. הוכיחו כי: EF = 2 MB.
ג. האם התכונות הרשומות בסעיפים א' ו- ב'
מתקיימות גם אם ABCD מקבילית כלשהי? נמקו.



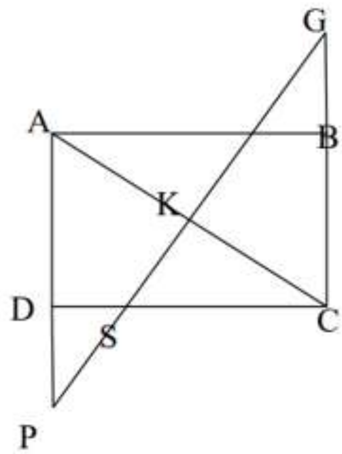
12

נתון: BCDE היא מקבילית.
חוצה-זווית CDE חותך את המשך הצלע BC בנקודה A.
א. הוכיחו כי AC = CD.
ב. הוכיחו כי AB = CD – ED.



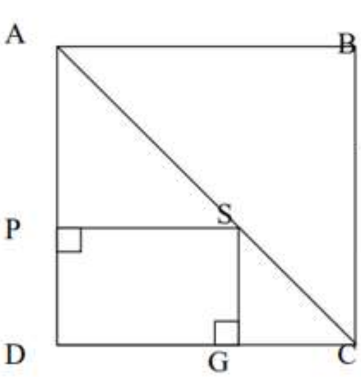
13

מרובע ABCD הוא מלבן.
G נקודה על המשך צלע CB.
P נקודה על המשך צלע AD.
K אמצע אלכסון AC.
א. הוכיחו: Δ AKP $\cong \Delta$ CKG .
ב. נתון: PS = 13 ס"מ, DS = 5 ס"מ.
חשבו את אורכו של CB. נמקו.



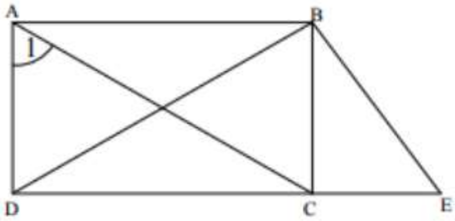
14

מרובע ABCD הוא ריבוע.
SG $\perp$ DC , SP $\perp$ AD.
א. הוכיחו כי מרובע PDGS הוא מלבן.
ב. בחרו באפשרות הנכונה. נמקו תשובתכם.
(i) Δ APS $\cong \Delta$ CGS.
(ii) Δ APS ~ Δ CGS.
ג. היקף המלבן PSGD הוא 20 ס"מ.
חשבו את היקף הריבוע ABCD.



בעיות נוספות בגאומטריה

שאלה מספר 1:



נתון ABCD הוא מלבן

$BE \perp BD$

א. נתון גם $\sphericalangle A_1 = 50^0$

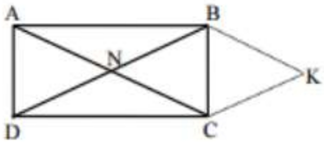
חשבו את גודלה של $\sphericalangle E$

ב. הסבירו מדוע המשולשים

ADC ו DBE אינם חופפים.

תשובה: 60^0

שאלה מספר 2:



מרובע ABCD הוא מלבן.

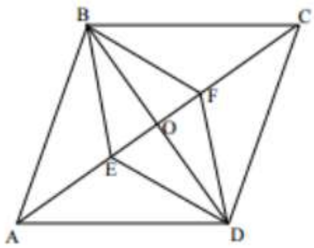
N - נקודת פגישה של האלכסונים

$CK = DN$

$CK \parallel BD$

הוכיחו כי מרובע NBKC הוא מעוין.

שאלה מספר 3:

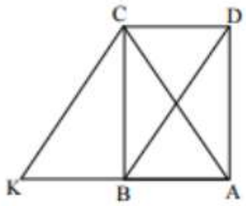


ABCD מקבילית

נתון: $CE = AF$

הוכיחו: המרובע EBFD הוא מקבילית

שאלה מספר 4:

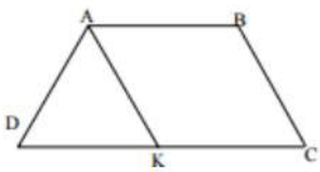


ABCD מלבן. הנקודה K על המשך AB. הקטע CK שווה לאלכסון DB.

הוכיחו: א. המשולש ACK משולש שווה שוקיים.

ב. המרובע CDBK הוא מקבילית.

שאלה מספר 5:



נתון: ABCD טרפז שווה שוקיים

($AD = BC$,$AB \parallel DC$)

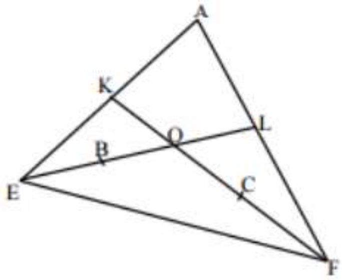
$AK = CB$

א.הוכח: BCKA מקבילית

ב. נתון: AK חוצה $\sphericalangle A$

חשבו את זוויות הטרפז.

שאלה מספר 6:

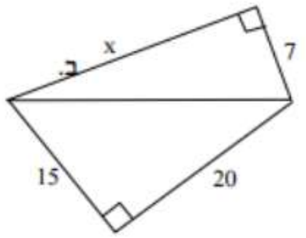


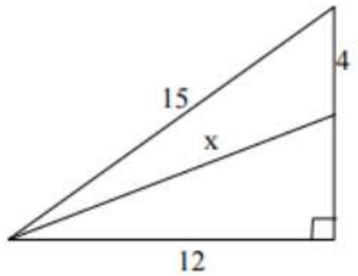
נתון: K ,L אמצעי הצלעות AF ,AE בהתאמה.
O נקודת פגישה של KF ו - EL.
B אמצע OE
C אמצע OF
הוכיחו:
א. KL = BC
ב. KB = LC
(העבירו בניית עזר)

שאלה מספר 7:

מצאו את ערכו של x על פי משפט פיתגורס בשרטוטים הבאים:

א.





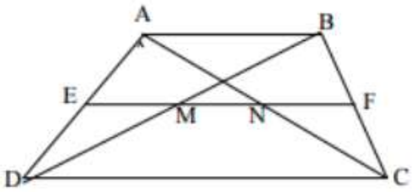
תשובה: א)24 ב)13

שאלה מספר 8:

אורך אחד הניצבים במשולש ישר זווית הוא 5 ס"מ.
מה אורך הניצב השני אם היקף המשולש 30 ס"מ?

תשובה: 12

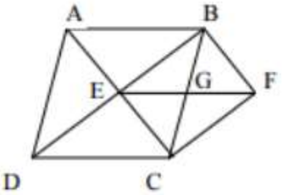
שאלה מספר 9:



EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD ,
BD, AC אלכסוני הטרפז ,
החותכים את קטע האמצעים הנקודות N , M .
נתון : AB = 6 , DC = 18 .
מצא את אורך הקטע NM .

תשובה: 6

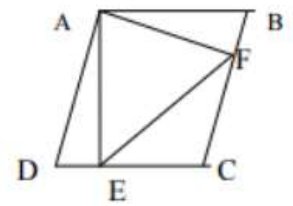
שאלה מספר 10:



א. הוכח כי אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה.
ב. ABCD הוא מעוין, E נקודת מפגש האלכסונים.
נתון BF ∥ AC , CF ∥ DB .
1) הוכח כי המרובע EBFC הוא מלבן.
2) נתון גם: GF = 4 ס"מ. חשב את היקף המעוין.

תשובה: 32

שאלה מספר 11:



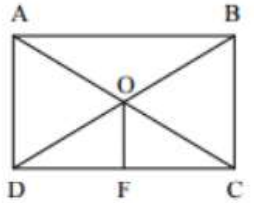
בציור נתון ABCD מעוין,

$AE \perp DC$, $AF \perp BC$,

הוכח: א) $\angle DAE = \angle BAF$.

ב) המרובע AECF דלתון.

שאלה מספר12:



א. הוכח: אלכסוני המלבן שווים זה לזה.

ב. במלבן ABCD, O היא נקודת מפגש האלכסונים.

הקטע OF מאונך לצלע DC ($OF \perp DC$).

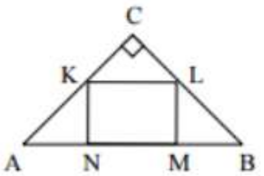
כמו כן, נתון: $OF = 4$ ס"מ; $\angle ACD = 30°$.

1) חשב את DB.

2) חשב את היקף המלבן

(עגל עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

שאלה מספר 13 :



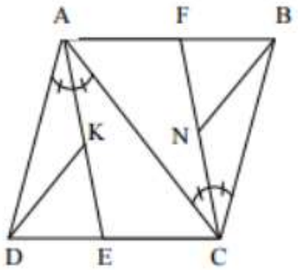
משולש ABC הוא ישר זווית ושווה שוקיים.

KLMN הוא מלבן.

נתון: $AB = 20$ ס"מ, $KL = 3KN$.

חשב את היקף ושטח המלבן KLMN.

שאלה מספר 14:



במעוין ABCD, AE חוצה זוית $\angle DAC$,

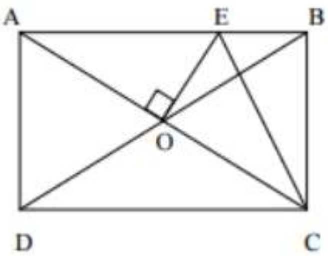
CF חוצה זוית $\angle ACB$ (ראה ציור).

א. הוכח: המרובע AECF הוא מקבילית.

ב. נתון כי $AK = KE$ ו $CN = NF$.

הוכח: $\Delta DKE \cong \Delta BNF$.

שאלה מספר15:



במלבן ABCD נתון: $AC \perp OE$,

$OE = BE$ (ראה ציור).

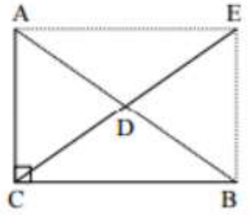
הוכח:

א. משולש AEC ש"ש

ב. $\Delta AEO \cong \Delta EBC$

ג. מרובע OEBC הוא דלתון.

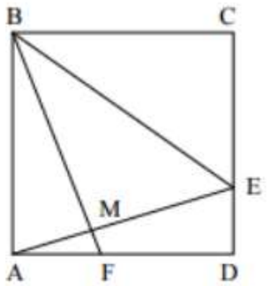
<u>שאלה מספר 16:</u>



נתון משולש ABC ישר זוית ($\measuredangle C = 90°$).
CD תיכון ליתר AB
הקטע DE הוא המשך התיכון, כך ש: $CD = DE$

הוכח כי המרובע ACBE הוא מלבן.

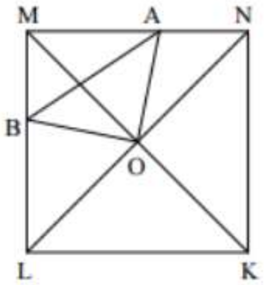
<u>שאלה מספר17:</u>



בריבוע ABCD נתון:
$CE = DF$, $\frac{1}{2}BE = ME$ (ראה ציור).

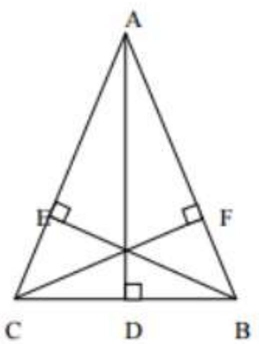
א. הוכח: $\measuredangle CEM + \measuredangle CBM = 180°$
ב. הוכח: $\measuredangle ABF + \measuredangle CBE = 60°$

<u>שאלה מספר 18:</u>



בריבוע KLMN שאלכסוניו נפגשים בנקודה O
נתון כי $\measuredangle AOB = 90°$ (ראה ציור).
א. הוכח: $\Delta BMO \cong \Delta ANO$.
ב. הוכח: המשולש ΔAOB שווה שוקיים.
ג. נתון: $AB = 2MB$. מצא את זווית: $\measuredangle AON$.

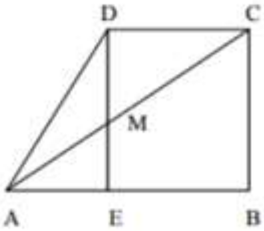
<u>שאלה מספר19:</u>



נתון משולש ΔABC.
AD הוא גובה לצלע BC,
BE הוא גובה לצלע AC,
ו- CF הוא גובה לצלע AB.
נתון: $CD = BD$.

א. הוכח כי המשולש ΔABC שווה שוקיים.
ב. הוכח כי המרובע BCEF הוא טרפז שווה שוקיים.

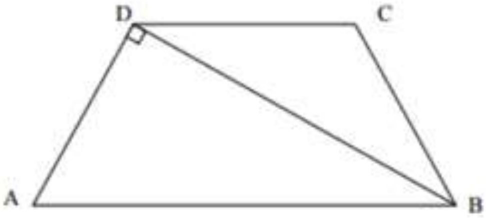
שאלה מספר 20:



ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\measuredangle B = 90°$).
האלכסון AC חותך את גובה הטרפז DE בנקודה M.
נתון: $DM = ME$.

א. הוכח כי $AE = EB$.
ב. האנך מ- B לאלכסון AC חותך את האלכסון בנקודה G. הוכח כי: $GE = EB$.

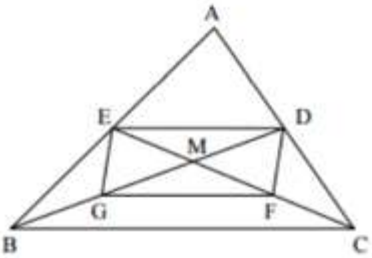
שאלה מספר 21:



ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ($BC = AD$).
BD מאונך ל AD.
BD הוא חוצה זווית $\measuredangle CBA$.

א. הוכח $CB = DC = AD$
ב. חשב את זוויות הטרפז.
ג. נתון $AB = 10$ ס"מ. חשב את היקף הטרפז.

שאלה מספר 22:

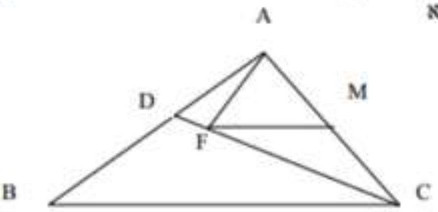


BD ו CE התיכונים לצלעות AC ו AB במשולש ABC. התיכונים נפגשים בנקודה M.
הנקודה F היא אמצע הקטע MC
והנקודה G היא אמצע הקטע MB.
הוכח שהמרובע EDFG הוא מקבילית.

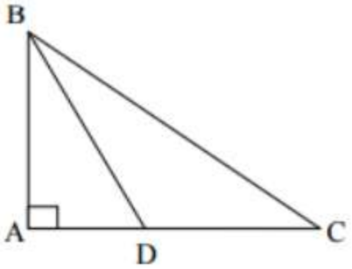
שאלה מספר 23:

א. הוכח: אם במשולש התיכון לצלע שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה, אזי המשולש הוא משולש ישר זווית.

ב. נתון משולש ΔABC.
CD חוצה זווית $\measuredangle ACB$ (ראה ציור).
$AM = MC$. MF מקביל ל BC.
הוכח: $\measuredangle AFC = 90°$.



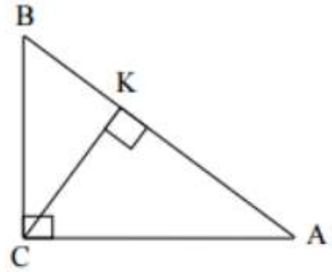
שאלה מספר 25:



BD חוצה הזווית B במשולש ישר זווית
ABC ($\measuredangle A = 90^o$)
נתון: $\measuredangle C = 30^o$, $AD = x$

א. חשב את זווית ABD
ב. הבע את AC באמצעות x.

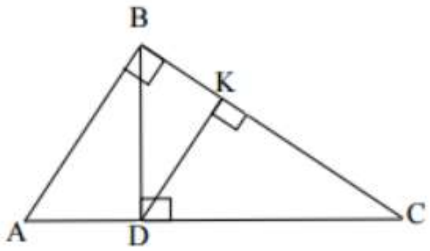
שאלה מספר 26:



CK הוא הגובה ליתר AB במשולש ישר זווית ABC
($\measuredangle ACB = 90^o$)
נתון: $\measuredangle A = 30^o$, $AK=$ 12 ס"מ
א. מצא את זווית BCK
ב. חשב את אורך הקטע BK

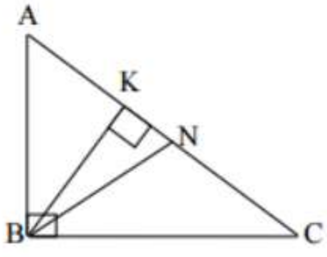
(הדרכה: סמן: $BK = x$
והבע באמצעות x את הקטעים AB ו- BC)

שאלה מספר 27:



במשולש ABC נתון:
$\measuredangle ABC = 90^o$
$BD \perp AC$
$DK \perp BC$
$\measuredangle C = 30^o$
$DK=$ 6 ס"מ
חשב את אורך הקטע AC.

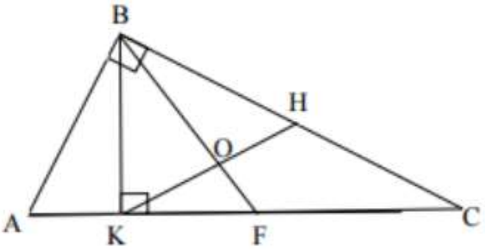
שאלה מספר 28:



BK הוא הגובה ליתר AC
ו- BN הוא התיכון ליתר AC
במשולש ישר הזווית ABC
($\measuredangle ABC = 90^o$)
נתון: $\measuredangle C = \alpha$ ($\alpha < 45^o$)

הבע באמצעות α את זווית KBN.

שאלה מספר 29:



BK הוא הגובה ליתר AC

ו- BF הוא התיכון ליתר AC

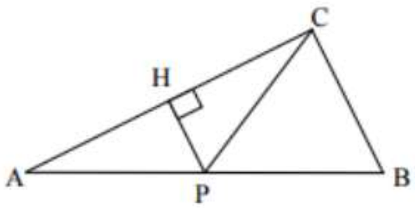
במשולש ישר זווית ABC ($\measuredangle ABC = 90^\circ$).

הנקודה H היא אמצע BC.

BF ו- KH נחתכים בנקודה O.

הוכח: $\measuredangle BOK = 3 \measuredangle ABK$

שאלה מספר 30:



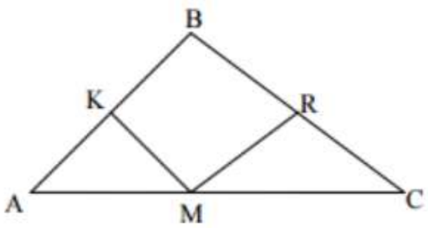
במשולש ABC נקודה P היא אמצע AB

הנקודה H היא אמצע AC.

נתון: $PH \perp AC$.

הוכח: המשולש ABC הוא ישר זווית.

שאלה מספר 31:



M היא נקודה על הצלע AC במשולש ABC.

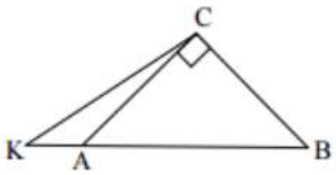
הנקודות K ו- R הן בהתאמה

אמצעי הצלעות AB ו- BC.

נתון: $MK = \frac{1}{2} AB$

הוכח: $MR = \frac{1}{2} BC$

שאלה מספר 32:



המשולש ABC הוא ישר זווית ושווה שוקיים

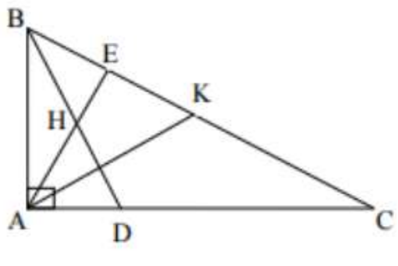
($AC = CB$).

הנקודה K נמצאת על המשך AB.

נתון: $AB = KC$

חשב את זווית $\measuredangle KCA$.

שאלה מספר 33:



המשולש ABC הוא ישר זווית ($\measuredangle BAC = 90^\circ$).

הנקודה K היא אמצע BC. הנקודה D נמצאת על AC.

הנקודה H היא אמצע BD.

הנקודה E היא חיתוך של BC עם המשך AH.

נתון: $BD \perp AK$

הוכח: $AE \perp BC$

(סמן: $\measuredangle C = x$ והבע בעזרת x

את הזוויות BKA ו- EAK).

דף נוסחאות

פונקציה קווית $y = mx + b$

שיפוע של קו ישר העובר בנקודות $(x_1,\ y_1)$ ו - $(x_2,\ y_2)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

נוסחאות הכפל המקוצר

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

חוקי חזקות

$$a^m a^k = a^{m+k}$$
$$\frac{a^m}{a^k} = a^{m-k} \qquad (a \neq 0)$$
$$(a^m)^k = a^{m \cdot k}$$
$$(ab)^m = a^m b^m$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \qquad (b \neq 0)$$
$$a^0 = 1 \qquad (a \neq 0)$$
$$a^{-m} = \frac{1}{a^m} \qquad (a \neq 0)$$

פונקציה ריבועית

$$y = ax^2 + bx + c \qquad a \neq 0$$

קודקוד הפרבולה

$$x = \frac{-b}{2a}$$

משוואה ריבועית

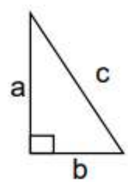
$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad a \neq 0$$

נוסחת השורשים

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

משפט פיתגורס

$$a^2 + b^2 = c^2$$



רשימת משפטים בגאומטריה

המשפטים

1. זוויות צמודות משלימות זו את זו ל- $180°$.
2. זוויות קדקודיות שוות זו לזו.
3. במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות.
4. במשולש שווה שוקיים, זוויות הבסיס שוות זו לזו.
5. סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.
6. במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.
7. אם במשולש חוצה זווית הוא גובה, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
8. אם במשולש חוצה זווית הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
9. אם במשולש גובה הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
10. במשולש (שאינו שווה צלעות), מול הצלע הגדולה יותר מונחת זוית גדולה יותר.
11. במשולש (שאינו שווה זוויות), מול הזווית הגדולה יותר מונחת צלע גדולה יותר.
12. סכום הזוויות של משולש הוא $180°$.
13. זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
14. קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
15. ישר החוצה צלע אחת במשולש ומקביל לצלע שניה, חוצה את הצלע השלישית.
16. קטע שקצותיו על שתי צלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים.
17. משפט חפיפה צ.ז.צ.
18. משפט חפיפה ז.צ.ז.
19. משפט חפיפה צ.צ.צ.
20. משפט חפיפה שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מבין השתיים.
21. האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון השני ומאונך לו.
22. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתאימות שוות, אז שני הישרים מקבילים.
23. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות אז שני הישרים מקבילים.
24. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם סכום זוג זוויות חד-צדדיות הוא $180°$ אז שני הישרים מקבילים.
25. אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז:
    א. כל שתי זוויות מתאימות שוות זו לזו.
    ב. כל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו.
    ג. סכום כל זוג זוויות חד-צדדיות הוא $180°$.
26. במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
27. במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
28. במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
29. מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.
30. מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.

31. מרובע שבו זוג צלעות מקבילות ושוות הוא מקבילית.
32. מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.
33. במעוין האלכסונים חוצים את הזוויות.
34. מקבילית שבה אלכסון הוא חוצה זווית היא מעוין.
35. במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
36. מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.
37. אלכסוני המלבן שווים זה לזה.
38. מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.
39. בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.
40. טרפז בו הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים.
41. בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
42. טרפז בו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.
43. קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
44. בטרפז, ישר החוצה שוק אחת ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השנייה..
45. משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית, סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.
46. במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
47. משולש בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה הוא משולש ישר זווית.
48. אם במשולש ישר זווית, זוית חדה של 30°, אז הניצב מול זוית זו שווה למחצית היתר.
49. אם במשולש ישר זוית ניצב שווה למחצית היתר, אז מול ניצב זה זוית שגודלה 30°.
50. משפט דמיון ז.ז.
51. במשולשים דומים:

א. יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון.